

Lösningsförslag till tentamen 140321 i Reglerteknik (endast problemdelen)

Karakteristiska ekvation ställs upp:

$$\underline{9.} \quad 1 + K \left(1 + \frac{1}{s \cdot 0,2} \right) \cdot \frac{4}{s^2 + 2s + 1} = 0$$

$$a) \quad 1 + K \cdot \left(\frac{s+5}{s} \right) \frac{4}{s^2 + 2s + 1} = 0$$

$$s^3 + 2s^2 + s + 4Ks + 20K = 0$$

ställer upp Routh-Hurwitz och löser denna:
+ tabell

s^3	1	$1+4K$	0
s^2	2	$20K$	0
s^1	$\frac{2+8K-20K}{2}$	0	0
s^0	$20K$	0	0

Alla koefficienter i 1:2 kolumnen måste vara > 0 .

$$\left\{ \begin{array}{l} 20K > 0 \rightarrow K > 0 \\ 2 - 12K > 0 \end{array} \right. \quad K < \frac{1}{6}$$

$$\text{stabilit om} \quad 0 < K < \frac{1}{6}$$

$$b) \quad \text{om } K = \frac{1}{6} \quad A_m = 1$$

$$\text{om } K = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \Rightarrow A_m = 499$$

10. Avläsning ur stegsvaret ger:

(33% nivå) $t_{1/3} \approx 7 \text{ sek}$

(66% nivå) $t_{2/3} \approx 14 \text{ sek}$

$$Q = \frac{t_{2/3}}{t_{1/3}} = 2 \Rightarrow$$

välj gradtal
 $n=2$

a) använd F.S. (Diagram 1 och 2 sid 7)

Avläs parametrar

a & P ,

$$\begin{cases} a = 0,4 \\ P = 1,122 \end{cases}$$

största tidskonstanten

$$T = \frac{t_{2/3}}{P(1+a)} = \frac{14}{1,122(1+0,4)} \approx 9 \text{ sek}$$

$$aT = 3,6 \text{ sek}$$

Vår modell blir $\frac{1}{2} G(s) = \frac{k}{(1+sT)(1+s \cdot aT)} =$

$$\left(\text{där } k = \frac{4y}{4u} = \frac{4}{2} = 2 \right)$$

$$= \frac{2}{(1+s \cdot 9)(1+s \cdot 3,6)} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

b)

$$2 \cdot U(s) = Y(s) (1 + 12,6s + 32,4s^2)$$

$$2 \cdot u(t) = y(t) + 12,6 y'(t) + 32,4 y''(t)$$

c)

peaktid = 24 s

översväng = 0%

stigtid = 24 sek

insvängtid = 35 sek

11.

$$G_p(s) = \frac{e^{-s}}{2s} = \frac{0,5 e^{-s}}{s} \xrightarrow{\text{halsök}} H_p(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

$$a) \quad H_p(z) = \frac{0,5 \cdot z^{-1}}{1-z^{-1}} \cdot z^{-1} = \frac{0,5 z^{-2}}{1-z^{-1}} \quad \begin{array}{l} \longrightarrow \text{grad } B = 2 \\ \longrightarrow \text{grad } A = 1 \end{array}$$

icke-integrerande

polplaceringsregulator:

$$\begin{aligned} \text{grad } P &= \text{grad } A + \text{grad } B - 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(z) &= (1 - q_1 z^{-1})(1 - q_2 z^{-1}) \\ &= 1 - 0,1 z^{-1} \end{aligned} \quad \begin{cases} q_1 = 0 \\ q_2 = 0,1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{grad } C &= \text{grad } B - 1 = 1 & \Rightarrow C(z) = 1 + c_1 z^{-1} \\ \text{grad } D &= \text{grad } A - 1 = 0 & \Rightarrow D(z) = d_0 \end{aligned}$$

$$P = AC + BD$$

$$(1 - z^{-1}) \cdot (1 + c_1 z^{-1}) + 0,5 z^{-2} d_0 = 1 - 0,1 z^{-1}$$

$$VL = HL$$

$$z^0: \quad 1 = 1$$

$$z^{-1}: \quad -1 + c_1 = -0,1 \quad \rightarrow \begin{cases} c_1 = 0,9 \end{cases}$$

$$z^{-2}: \quad -c_1 + 0,5 d_0 = 0 \quad \rightarrow \begin{cases} d_0 = 1,8 \end{cases}$$

$$C(z) = 1 + 0,9 z^{-1}$$

$$D(z) = 1,8$$

$$K_r = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{1 - 0,1}{0,5} = \frac{0,9}{0,5} = 1,8 \quad \Rightarrow \quad \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{K_r \cdot B(z)}{P(z)}$$

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{1,8 \cdot 0,5 z^{-2}}{1 - 0,1 z^{-1}} = \frac{0,9 z^{-2}}{1 - 0,1 z^{-1}}$$

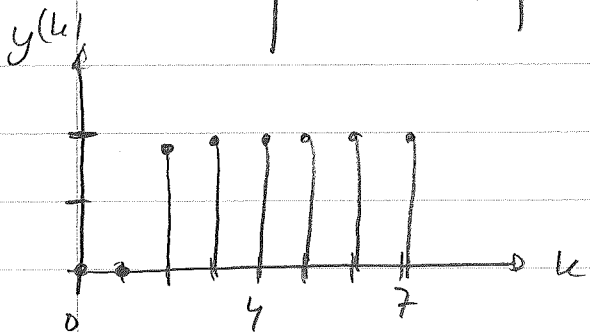
mot svarande differenskv:

$$y(k) = 0,1 y(k-1) + 0,9 r(k-2)$$

fort. 11 →

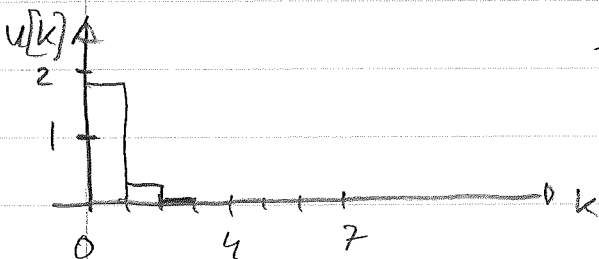
11 fort.

k	$y(k) = 0,1 y(k-1) + 0,9 r(k-2)$		
0	0	0	0
1	0	0	0
2	0,9	0	0,9
3	0,99	0,09	0,9
4	0,999	0,099	0,9
5	0,9999	0,0999	0,9
6	0,99999	0,09999	0,9
7	0,999999	0,099999	0,9



b) $U(z) = \frac{1}{C(z)} (R(z) \cdot K_r - Y(z) \cdot D(z))$

k	$u(k) = -0,9 u(k-1) + 1,8 r(k) - y(k) \cdot 1,8$		
0	1,8	0	1,8
1	0,18	-1,62	1,8
2	0,018	-0,162	1,8
3	0,0018	-0,0162	1,8
4	0,00018	-0,00162	1,8
5	≈ 0	≈ 0	1,8
6	≈ 0	≈ 0	1,8
7			



c) $\frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{z^c}{P} = \frac{0,5z^{-2} (1 + 0,9z^{-1})}{1 - 0,1z^{-1}}$

Uverstärkende fel:

$\frac{Y(1)}{V(1)} = \frac{0,5 \cdot 1,9}{0,9} \approx 1,055 \Rightarrow e_{ss} = 1,06$ einheiten

12.

$$G_p(s) = \frac{5}{s(1+200s)(1+100s)}$$

2)

$$G_p(j\omega) = \frac{5}{j\omega(1+200j\omega)(1+100j\omega)}$$

Amplitudfunktion

$$|G_p(j\omega)| = \frac{5}{\omega \sqrt{1+(200\omega)^2} \sqrt{1+(100\omega)^2}}$$

Brytfrekvenser

$$\begin{cases} \omega_{b1} = 0.005 \\ \omega_{b2} = 0.01 \end{cases}$$

Fasfunktion:

$$\arg\{G_p(j\omega)\} = -90^\circ - \arctan(200\omega) - \arctan(100\omega)$$

Beräkna amplitud- och fasfunktioner för frekvenser

Lämpliga
vinkel-
frekvenser
att
beräkna

- 0.001
- 0.002
- 0.005
- 0.01
- 0.02
- 0.05
- 0.1
- 0.2
- 0.5

ungefär 1 dekad lägre än den
lägsta brytfrekvens och 1 dekad högre än
den högsta.

b) $K < 0.003$

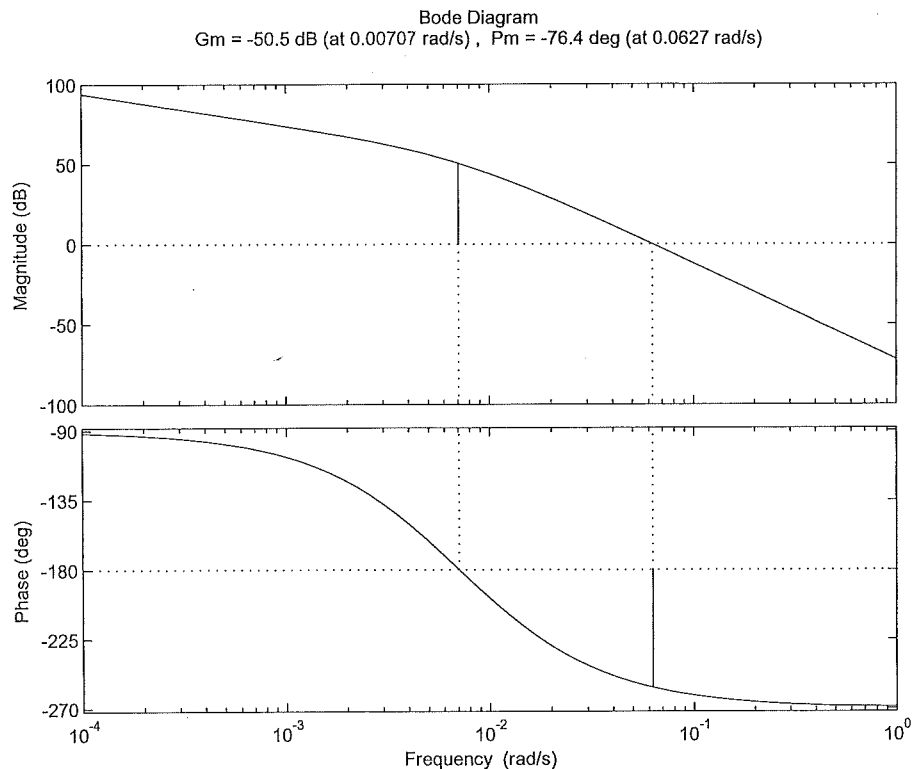
c) $K = 0.001$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_1}$$

där K_1 är
lägfrekvensförstärkning

$$e_{ss} = \frac{1}{5K} = \frac{1}{0.005} = 200 \text{ enheter}$$

$e_{ss} = 0$ vid
börvärdessteig



13.

$$T = \text{Periodtid} = 6 \text{ sek}$$

$$f = \frac{1}{T} = 0,166 \text{ Hz}$$

$$\frac{4U_{ut}}{4U_{in}} = \frac{0,55}{2} = 0,275$$

Fasförskjutning mellan U_{in} och $U_{ut} = 1,3 \text{ sek}$
(-78°)

$$T = 6 \text{ sek} = 2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$G(s) = \frac{k}{1+sT} \quad \left\{ \begin{array}{l} |G(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{1+(\omega T)^2}} \quad (1) \\ \arg\{G(j\omega)\} = -\arctan \omega T \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\omega = 2\pi f = 1,04 \text{ rad/s}$$

in Hz

ur (2) bestäms T : $-\arctan(1,04 \cdot T) = -78^\circ$
 $T \approx 4,5 \text{ sek}$

ur (1) bestäms k :

$$\frac{k}{\sqrt{1+(1,04 \cdot 4,5)^2}} = 0,275$$

$$\hookrightarrow k \approx 1,31$$

$$G(s) \approx \frac{1,3}{1+4,5s}$$

Discretisering av process

14.

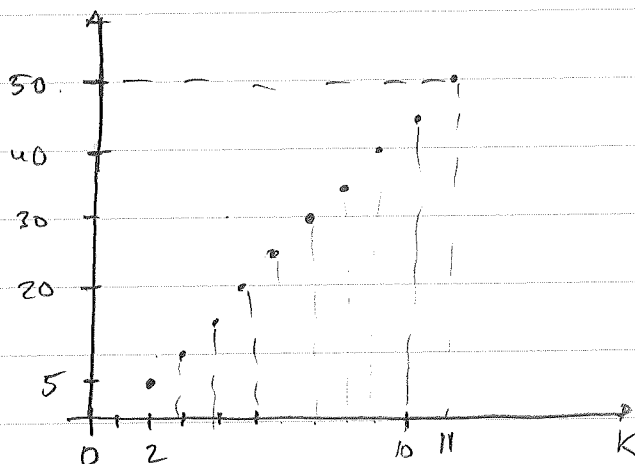
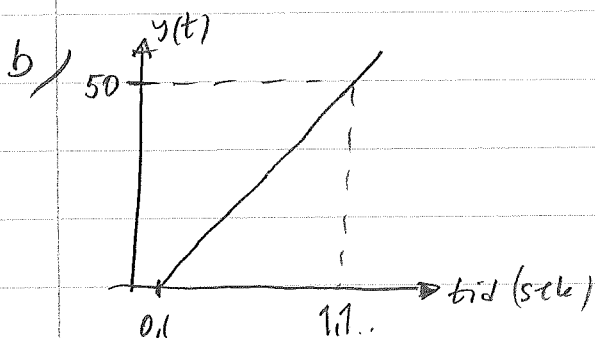
$$G(s) = \frac{K e^{-0,1s}}{s} \xrightarrow{h} H(z) = \frac{Kh \cdot z^{-1}}{z-1} = \frac{Kh z^{-2}}{1-z^{-1}} = \frac{5 z^{-2}}{1-z^{-1}}$$

a)

$$Kh = 5$$

$h = 0,1$ eftersom vi har ett samples fördröjning extr z^{-1}

$$L \rightarrow K = 50$$

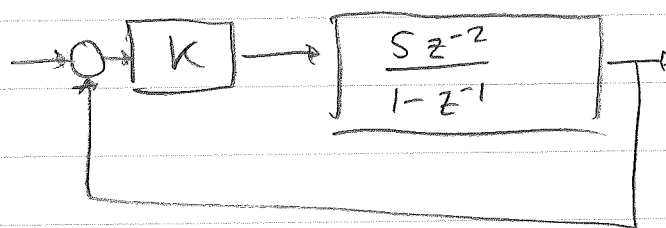
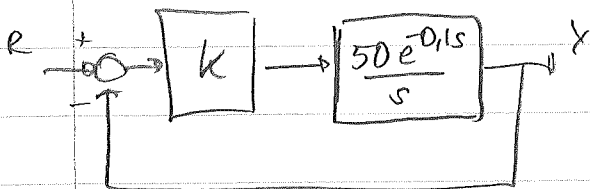


$$[y(k) = y(k-1) + 5 \cdot u(k-2)]$$

"Analogt"

"Diskret"

c)



Kretsoverföringen: $\frac{50K e^{-0,1s}}{s}$
Bestäm för $K=1$!

$$|G_R G_P| = \frac{50 e^{-0,1s}}{s}$$

vid $\omega_z = 50 \text{ rad/s}$
 $|G_R G_P| = 1$

$$\arg(G_R G_P) = -90 - 0,1\omega \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$

vid $\omega_\pi = 15,7$
 $\arg(G_R G_P) = -180^\circ$

$$A_m = \frac{1}{|G_R G_P(\omega_\pi)|} \approx \frac{1}{3,2}$$

$$0 < K < \frac{1}{3,2 \cdot 99} \approx 0,003$$

$$1 + \frac{K \cdot 5z^{-2}}{1-z^{-1}} = 0$$

$$1 - z^{-1} + 5Kz^{-2} = 0$$

$$z^2 - z + 5K = 0$$

$$z = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 20K}}{2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1 - 20K}{4}}$$

$$0 < K < 0,2$$

d)

$$e_1 = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{1}{(z-1) \cdot \left(1 + 0,1 \cdot \frac{5z^{-2}}{1-z^{-1}}\right)} =$$

$$\approx \lim_{z \rightarrow 1} \frac{1}{(z-1) \left(1 + \frac{5 \cdot 0,1}{z(z-1)}\right)} = 2 \text{ enheters fel}$$